

## 12. VERTEILUNGSFUNKTIONEN

$X$  SG mit Werten  $x \in \mathbb{R}$

gesucht:  $W\{X \leq x\}$  für gegebenes  $x$

Für variables  $x \in \mathbb{R}$ :

Def.: Die Verteilungsfunktion  $F(\cdot)$  einer SG  $X$  ist jene reelle Funktion mit Funktionswerten

$$F(x) = W\{X \leq x\} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Bem.: Die VF einer 1-dim. diskreten SG ist immer eine sog. Treppenfunktion

•  
•  
Es gilt: 1)  $\forall F_n$  sind an jeder Stelle  $x \in \mathbb{R}$   
rechtsstetig, d.h.

$$\lim_{\Delta x \downarrow 0} F(x + \Delta x) = F(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2) Die Sprunghöhe  $F(x) - \lim_{\Delta x \downarrow 0} F(x - \Delta x)$  an einer

Stelle  $x$  entspricht  $W\{X=x\}$

3) Für eine SG  $X \sim F(\cdot)$  und jedes Intervall  
 $(a, b]$  folgt

$$W\{a < X \leq b\} = F(b) - F(a)$$

Satz 12.1: Für jede VF  $F(\cdot)$  gilt

- (1)  $0 \leq F(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$  (Normierung)
- (2)  $x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$  (Monotonie)
- (3)  $\lim_{x \downarrow -\infty} F(x) = 0$  und  $\lim_{x \uparrow \infty} F(x) = 1$

(ohne Bew.)

Def.: Ist  $F(\cdot)$  eine VF, so heißt für  $0 < p < 1$  eine reelle Zahl  $x_p$  ein zugehöriges p-Fraktile, falls

$$F(x_p) = p$$

Speziell:  $p = 0,5 \Rightarrow x_{0,5}$  heißt Median

•  $X \sim F(\cdot)$

