13. EINDIMENSIONALE KONTINUIERLICHE VERTEILUNGEN

X kann alle Werte eines Intervalls annehmen

$\exists$ <u>Dichtefunktion</u> $f : \mathbb{R} \to [0, \infty)$ mit

$$\int_{\mathbb{R}} f(x)\,dx = 1$$

Zugehörige Wahrscheinlichkeiten von Intervallen

$$W\{a < X < b\} := \int_a^b f(x)\,dx$$

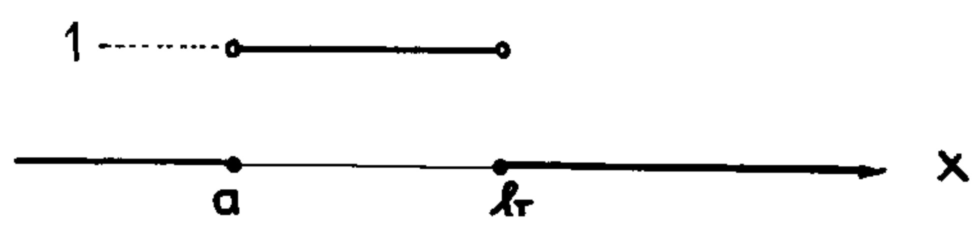
Für die zugehörige VF $F(\cdot)$ gilt

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

<u>Def.</u>: Ist M eine Menge und $A \subseteq M$, so ist die <u>Indikatorfunktion</u> $I_A(\cdot)$ von A folgendermaßen gegeben

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in A \\ 0 & \text{für } x \notin A \end{cases}$$

<u>Beispiel</u>: $I_{(a,b)}(\cdot)$



13.1 Uniforme Verteilung $U_{a;b}$, $a < b \in \mathbb{R}$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{b-a} I_{(a;b)}(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

<u>Bem.</u>: Auch stetige Gleichverteilung genannt

13.2 Exponentialverteilung Ex_τ , $\tau > 0$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{x}{\tau}} I_{[0;\infty)}(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Anwendung: Wartezeiten

13.3 Standard-Normalverteilung $N(0;1)$

Dichtefunktion $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

VF $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(t)\,dt$ tabelliert für $x > 0$

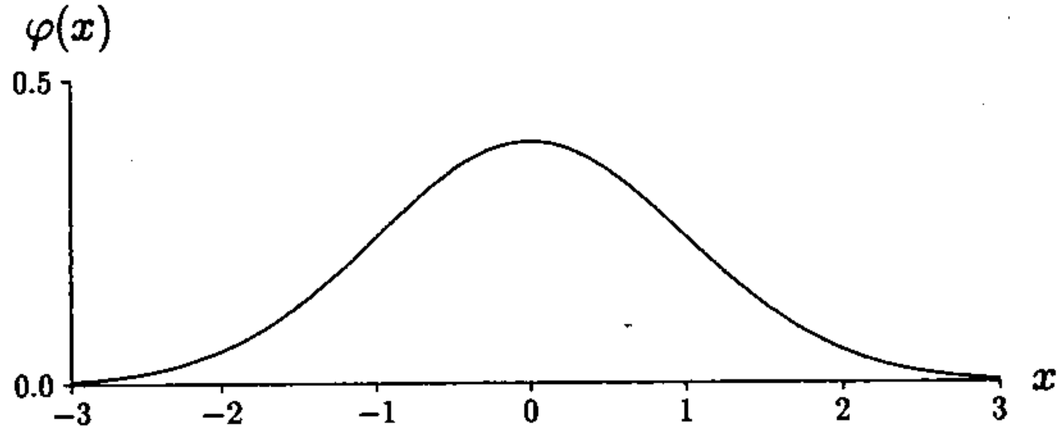
Es gilt: $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x) \quad \forall x > 0$

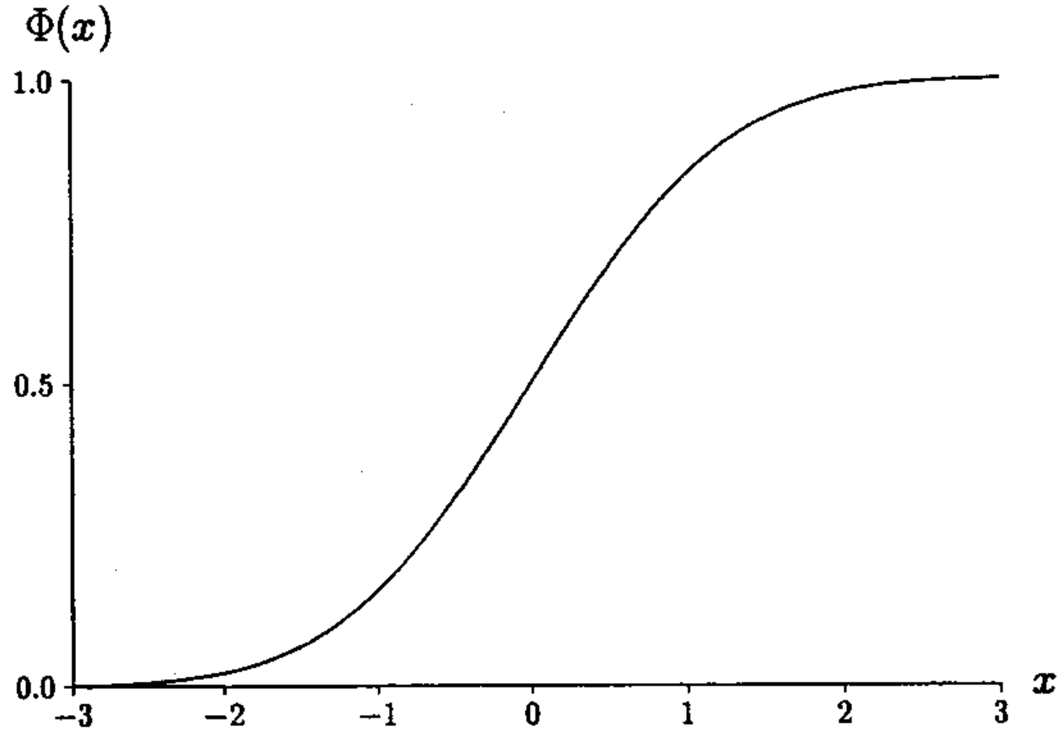
$\Phi(0) = \frac{1}{2}$ → Abb.

13.4 Normalverteilung $N(\mu;\sigma^2)$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$

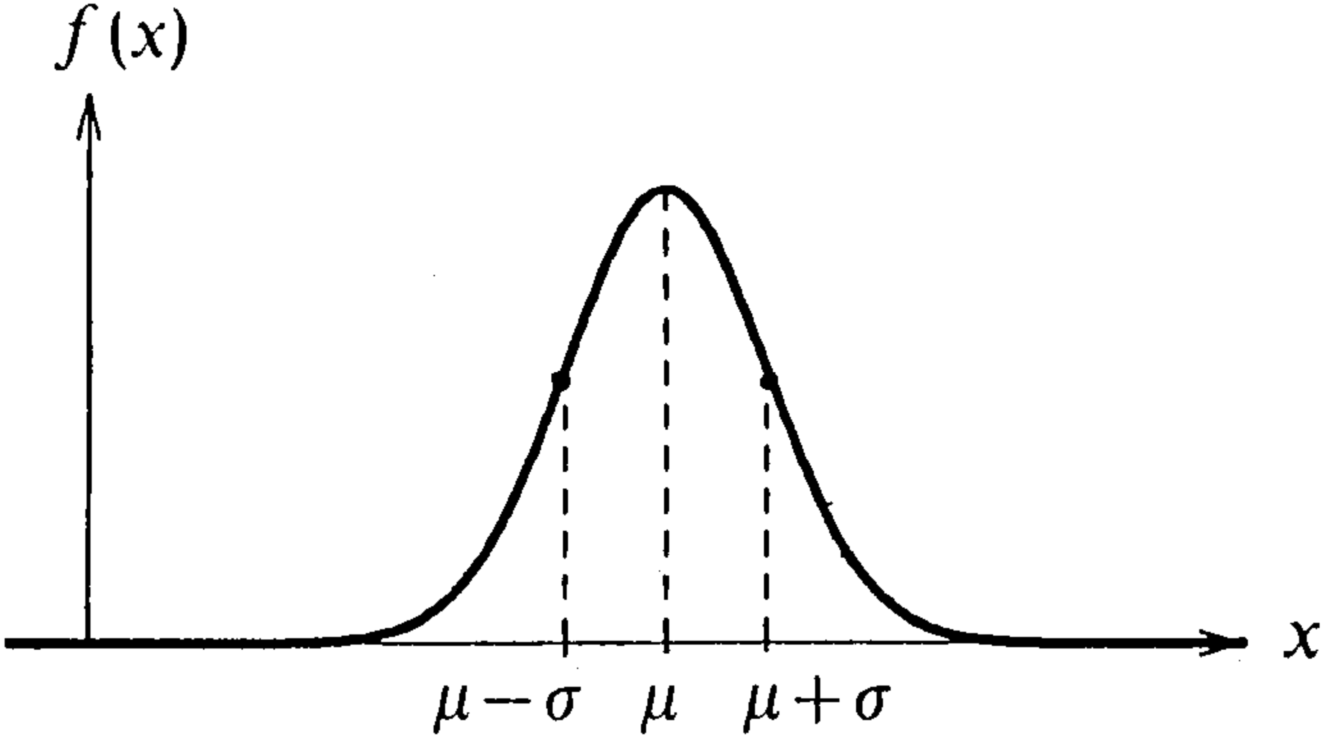
Dichtefunktion $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

N(0,1)-Verteilung





Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$



Für die VF $F_{\mu,\sigma^2}(\cdot)$ der $N(\mu,\sigma^2)$ gilt:

$$F_{\mu,\sigma^2}(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$